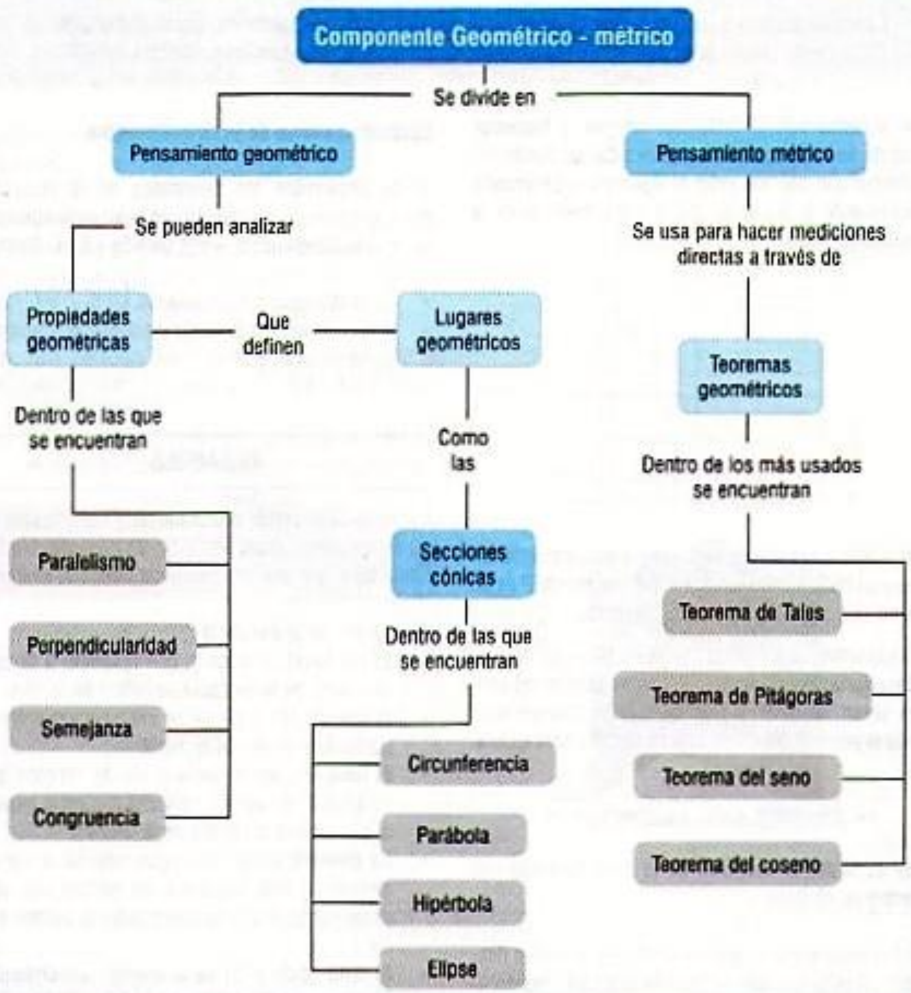
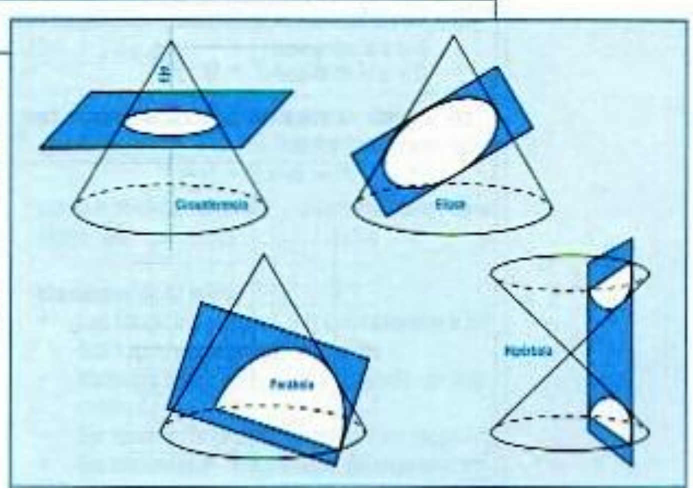
GEOMÉTRICO - MÉTRICO



SECCIONES CÓNICAS

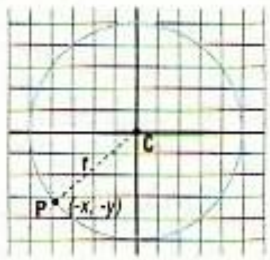
Las secciones cónicas son curvas que pueden obtenerse al interceptar un cono circular con un plano que no contenga al vértice del cono. Las distintas cónicas aparecen dependiendo de la inclinación del plano respecto del eje del cono. Si el plano es perpendicular a dicho eje produce una circunferencia; si se lo inclina ligeramente, se obtiene una elipse; cuando es paralelo a una generatriz del cono se tiene una parábola y si corta a ambas ramas del cono la curva es una hipérbola.



CIRCUNFERENCIA

La circunferencia se puede definir como el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan cierta distancia de otro punto fijo llamado centro. La distancia común se llamará radio.

De acuerdo con la definición anterior, y haciendo uso de su representación geométrica, se puede establecer una relación entre el álgebra y la geometría, expresando la ecuación de la circunferencia de la siguiente forma:



En la figura, el punto C es el centro de la circunferencia y su radio será la distancia CP = r, donde P es un punto que pertenece a la circunferencia.

La circunferencia C tiene centro en el origen del sistema cartesiano, por tanto las coordenadas del centro serán (0,0). Si suponemos unas coordenadas para el punto P (-x,-y), entonces el radio será igual a:

$$r = \sqrt{(0-(-x))^2 + (0-(-y))^2} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Por lo tanto, la ecuación de la circunferencia con centro en (0,0) es:

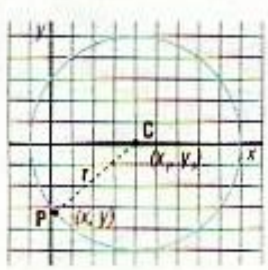
$$r^2 = x^2 + y^2$$

Si la circunferencia tiene su centro en un punto diferente al origen, basta con reemplazar las coordenadas del punto P (x, y) y las coordenadas del punto C (x_1, y_1) en la fórmula de la distancia

$$r = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}$$

por lo tanto la ecuación de la circunferencia con centro en C (x_1, y_1) es

$$r^2 = (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2$$



Ecuación general de la circunferencia

Si se desarrollan los cuadrados de la ecuación $r^2 = (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2$ se obtiene la ecuación general de la circunferencia: $x^2+y^2+Dx+Ey+F=0$ donde:

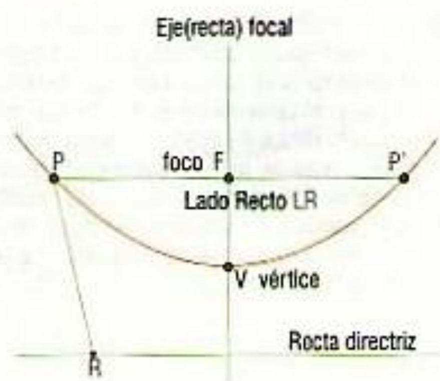
- El centro tendrá coordenadas $\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right)$
- Y el radio se puede hallar mediante la relación $r^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{E}{2}\right)^2 - F$

PARÁBOLA

La parábola se puede definir como el lugar geométrico de los puntos cuya distancia a otro punto fijo llamado foco, y a una recta llamada directriz, es igual.

Elementos de la parábola

- **El eje focal** es la recta con respecto a la cual una rama de la parábola se refleja en la otra.
- **El vértice (V)** o punto de intersección entre la parábola y su eje de simetría.
- **El foco (F)**, punto sobre el eje de simetría que se separa del vértice con una distancia igual a la que separa el vértice de la directriz.
- **La directriz** es la recta perpendicular al eje de simetría y está separada del vértice con una distancia igual a la existente entre el vértice y el foco.
- **El lado recto (LR)** es la cuerda perpendicular al eje de simetría que pasa por el foco y su longitud es cuatro veces la distancia del vértice al foco.



Ecuación de la parábola

De acuerdo con la definición de parábola, si P es un punto que pertenece al lugar geométrico se cumple que la distancia de P a F es igual a la distancia de P a R (punto sobre la directriz): d(P,F) = d(P,R)

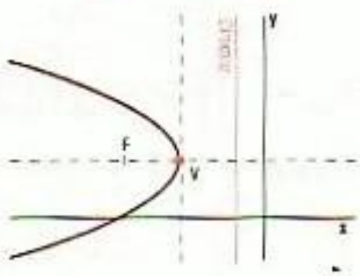
La ecuación de la parábola con vértice en el origen (0,0) es:

$x^2 = +4py$ cuando el vértice está en (0,0) y el foco en (0, +p), y el eje y como eje de simetría.
$y^2 = +4px$ cuando el vértice está en (0,0) y el foco en (p,0), y el eje x como eje de simetría.

En una parábola cuyo vértice no está situado en el origen sino en un punto (h, k), su ecuación será:

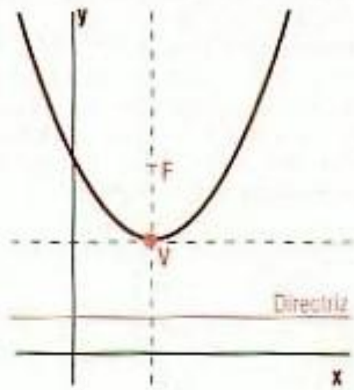
- En una parábola cuyo eje focal es paralelo al eje x, es decir es horizontal, su ecuación estándar es:
$$(y-k)^2 = 4p(x-h)$$

Y su ecuación general es:
$$y^2 = Dx + Ey + F = 0$$



- Para una parábola cuyo eje focal es paralelo al eje y, es decir, es vertical, su ecuación estándar es:
$$(x-h)^2 = 4p(y-k)$$

Y su ecuación general es:
$$x^2 = Dx + Ey + F = 0$$



Cuadro resumen

Formas de la ecuación	Ejes de simetría	Vértice	Foco	Directriz	Gráfica
$y=a(x-h)^2+k$	$x=h$	(h,k)	$(h, k+\frac{1}{4a})$	$y=k+\frac{1}{4a}$	Hacia arriba si a > 0 Hacia abajo si a < 0
$x=a(y-k)^2+h$	y=k	(h,k)	$(h+\frac{1}{4a}, k)$	$x=h+\frac{1}{4a}$	A la derecha si a > 0 A la izquierda si a < 0

ELIPSE

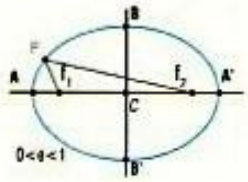
La elipse se puede definir como el lugar geométrico de todos los puntos tales que la suma de sus distancias a dos puntos fijos llamados focos es constante.

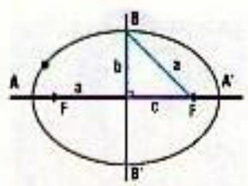
Características de la elipse
Esta curva cerrada y plana es simétrica respecto a dos segmentos perpendiculares entre sí, conocidas como el semieje mayor $\overline{AC}$ y el semieje menor de la elipse $\overline{AB}$.

Elementos de la elipse

- **Los focos:** los puntos f_1 y f_2 corresponden a los dos focos, equidistantes del centro C.
- **distancia focal:** equivale a la distancia del segmento $\overline{f_1f_2}$
- **Eje focal:** es la recta que pasa por los focos f_1f_2
- **Eje secundario:** es la mediatriz del segmento $\overline{f_1f_2}$

- **Vértices:** son los puntos de intersección de la elipse con los ejes focal y secundario A, A', B y B'
- **Centro:** es el punto C donde se interceptan los ejes.
- **Eje mayor:** es el segmento $\overline{AA'}$, de longitud 2a; *a* es la distancia del semieje mayor.
- **Eje menor:** es el segmento $\overline{BB'}$, de longitud 2b; *b* es la distancia del semieje menor.
- **La excentricidad:** corresponde a la razón c/a. donde *c* (también llamado semidistancia focal) es la distancia comprendida entre el centro de la elipse C y uno de sus focos. Su valor se encuentra entre cero y uno. Para la semidistancia focal se cumple la relación $a^2 = b^2 + c^2$.





Ecuación de la elipse

Sea P(x,y) un punto que pertenece a la elipse, se tiene que $PF_1 + PF_2 = 2a$.
Reemplazando de acuerdo con la fórmula de la distancia:

$$\sqrt{(x-c)^2 + y^2 + y^2} + \sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a$$

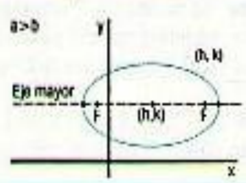
Eliminando los radicales y reduciendo términos se obtiene finalmente la ecuación que corresponde a una elipse con focos en $F(\pm c, 0)$, y centro en el origen:

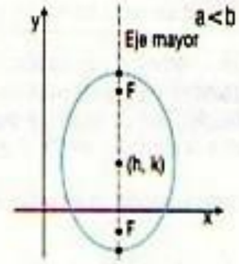
$$\frac{(x)^2}{a^2} + \frac{(y)^2}{b^2} = 1$$

De la misma forma se demuestra que $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$ corresponde a la ecuación de una elipse con focos en $F(0, \pm c)$.

Caso general: Si el centro de la elipse no está en el origen, sino en un punto (h,k), entonces su ecuación será $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ o $\frac{(x-h)^2}{b^2} + \frac{(y-k)^2}{a^2} = 1$.

Las gráficas correspondientes se muestran a continuación.

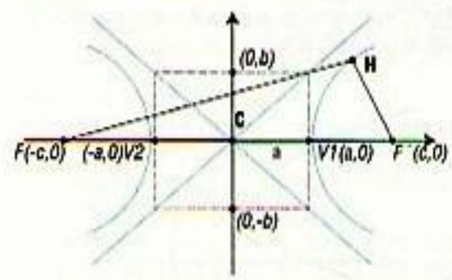




HIPÉRBOLA

La hipérbola se puede definir como el lugar geométrico de los puntos tales que el valor absoluto de la diferencia de sus distancias a dos puntos fijos llamados focos es igual a la distancia entre los vértices.

De acuerdo con la definición anterior, si H(x,y) es un punto que pertenece a la hipérbola, entonces cumple que $|HF - HF'| = 2a$.



Ecuación de la hipérbola

Al reemplazar las distancias anteriores, usando la fórmula de distancia entre dos puntos:

$$\left|\sqrt{(x-c)^2 + y^2} - \sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a\right|$$

Simplificando esta expresión se obtiene la ecuación de la hipérbola con focos $F(\pm c, 0)$:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Si los focos están en el eje y, es decir, $F(0, \pm c)$ se sigue el mismo procedimiento anterior y se encuentra que

$$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

Si el centro de la hipérbola no está en el origen, sino en un punto (h,k), entonces su ecuación será

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} - \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1 \quad \text{Si su eje es horizontal}$$

$$\frac{(y-k)^2}{a^2} - \frac{(x-h)^2}{b^2} = 1 \quad \text{Si su eje es vertical}$$

Asíntotas de las hipérbolas

Las hipérbolas tienen dos asíntotas oblicuas que se intersecan en su centro C y pasan por los vértices V de un rectángulo de dimensiones 2a y 2b.

Una forma fácil de encontrar las ecuaciones de las asíntotas es igualar la ecuación de la hipérbola a 0:

$$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=0$$

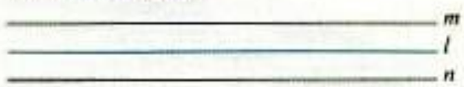
Factorizar: $\left(\frac{x}{a}+\frac{y}{b}\right)\left(\frac{x}{a}-\frac{y}{b}\right)=0$

Despejar y: $\left(\frac{x}{a}+\frac{y}{b}\right)=0$ entonces $y=\frac{b}{a}x$ y $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=0$

entonces $y=-\frac{b}{a}x$

PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD

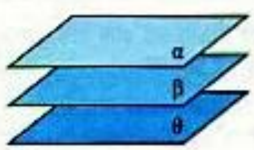
Dos rectas son paralelas si son coplanares y además no se intersecan.



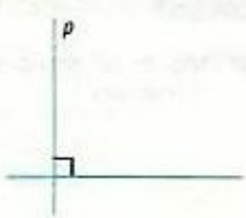
En la figura $m \,||\, l \,||\, n$ ($||$ es el símbolo de paralelo). Algebraicamente se puede comprobar que dos rectas son paralelas comprobando que sus pendientes son iguales: $m = m'$

¿Una recta puede ser paralela a ella misma?

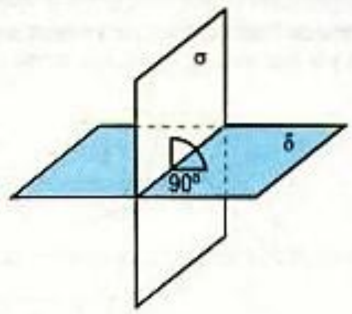
De igual forma sucede con los planos, son paralelos si no comparten puntos en común. Por ejemplo, en la figura el plano $\alpha \,||\, \beta \,||\, \theta$



Dos rectas son perpendiculares si se intersecan formando cuatro ángulos rectos (de 90°).



En la figura $p \perp q$ ($\perp$ es el símbolo de perpendicular)

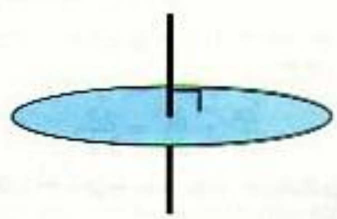


Algebraicamente se comprueba que dos rectas m y m' son perpendiculares si sus pendientes son inversas y tienen signos opuestos $m=-\frac{1}{m'}$.

Dos planos son perpendiculares si se intersecan formando un ángulo (diedro) recto. La intersección de los dos planos es una recta.

¿Puede ser una recta perpendicular a un plano?

Una recta es perpendicular a un plano si se intersecan, en un punto, de modo tal que la recta es ortogonal al plano.



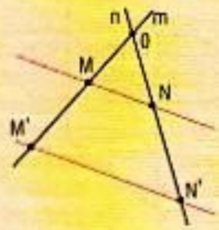
Además se cumple que: si una recta *r* es perpendicular a un plano, entonces todas las rectas del plano son perpendiculares u ortogonales a la recta *r*.

Algunos teoremas y axiomas relacionados

- Si una recta *m* corta a otra recta *s*, entonces corta a todas las rectas paralelas a *s* en el mismo plano.
- En un plano, dos rectas perpendiculares a una tercera son paralelas entre sí.
- En un plano, por un punto exterior a una recta pasa una y solo una paralela a dicha recta.

EL TEOREMA DE TALES

El teorema de Thales establece una relación entre el álgebra y la geometría, de la siguiente forma:



Si dos o más rectas paralelas son intersecadas por dos transversales *n y m* (en M y M', puntos de *m* y N y N', puntos de *n* respectivamente), entonces las rectas paralelas determinan segmentos proporcionales sobre las transversales así:

$$\frac{OM'}{OM'} = \frac{M'M}{N'N}$$

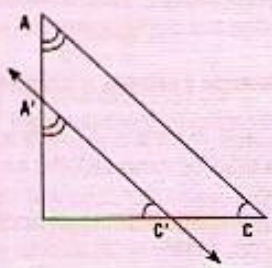
De esta relación se pueden deducir otras, por ejemplo:

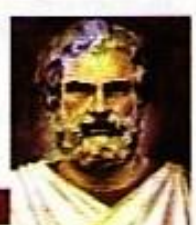
$$\frac{OM'}{M'M} = \frac{ON'}{N'N} \quad o \quad \frac{N'N}{M'M} = \frac{ON'}{OM'}$$

A partir del teorema de Tales se dedujeron otros teoremas, como:

$$\frac{AB}{A'B} = \frac{BC'}{BC'} = \frac{AC}{A'C'}$$

Si en un triángulo se traza un segmento paralelo a uno de los lados, de modo que corte a los otros dos lados, se obtiene un nuevo triángulo con lados proporcionales a los del triángulo original (ver figura).





Tales de Mileto

Uso del teorema de Tales

Tales de Mileto logró medir la altura de una gran pirámide, a partir de la longitud de la sombra que ella proyectaba cuando había sol, apoyándose en la idea de que en dos días determinados del año, la altura de un objeto vertical y su sombra tienen la misma longitud.

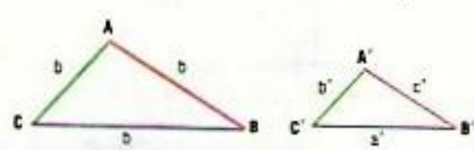
Usando un bastón, una cuerda para medir longitudes y un ayudante, calculó que la sombra proyectada por la altura del bastón, guardaría una proporción similar a la sombra de la propia pirámide con respecto a la altura de esta.

El teorema de Tales determina la proporcionalidad entre los lados de un triángulo, pero no la semejanza entre ellos, para demostrarla es necesario utilizar los criterios de semejanza AA, LLL y LAL.

- **AA:** Dos triángulos son semejantes si tienen dos ángulos iguales.

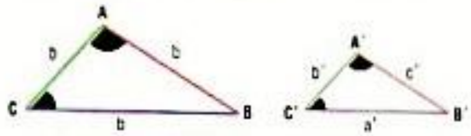
$\sphericalangle A = \sphericalangle A' \qquad \sphericalangle C = \sphericalangle C'$

- **LLL:** Dos triángulos son semejantes si tienen sus lados proporcionales.



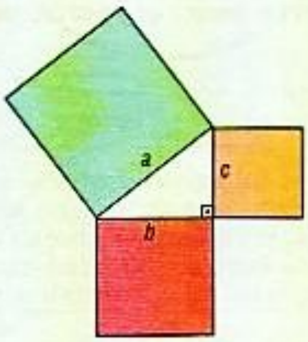
$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{c'} = \frac{c}{c'}$$

- LAL: Dos triángulos son proporcionales si tienen dos lados proporcionales y el ángulo comprendido entre ellos es igual.



$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{c'} = \frac{c}{c'} \quad ; \quad \sphericalangle A = \sphericalangle A'$$

TEOREMA DE PITÁGORAS



Si se construyen cuadrados sobre los lados de un triángulo rectángulo, la suma de las áreas de los cuadrados pequeños equivale al área del cuadrado más grande.

Si a, b y c son las medidas de los lados del triángulo, el teorema de Pitágoras expresa la siguiente igualdad: $a^2 = b^2 + c^2$.

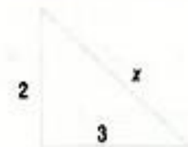
En un triángulo rectángulo, el lado opuesto al ángulo recto se conoce como hipotenusa y los lados adyacentes al ángulo como catetos. De esta forma se puede enunciar el teorema de Pitágoras así:

En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

Utilidad del teorema de Pitágoras

Al igual que con el teorema de Tales, con este también es posible hacer mediciones indirectas para hallar distancias desconocidas.

A partir del teorema de Pitágoras se dedujo que la razón entre la diagonal de un cuadrado y uno de sus lados, son longitudes inconmensurables, dado que no hay un tercer segmento unidad que mida a ambos en partes iguales, lo cual demostró la insuficiencia de los números tanto naturales, como enteros y racionales, lo cual obligó a asociar estas magnitudes a números de otra especie llamados irracionales. Por ejemplo:



Utilizando el teorema de Pitágoras se halla el valor de x.

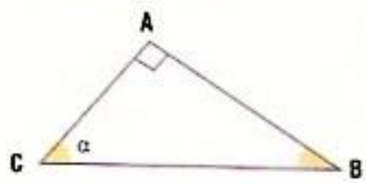
$x = \sqrt{2^2 + 3^2}$

$x = \sqrt{4 + 9}$ $\quad$ $X = \sqrt{13}$ es un número irracional

TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS (RAZONES TRIGONOMÉTRICAS)

Además del teorema de Pitágoras existen otras formas de establecer relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo, una de ellas son las razones trigonométricas, las cuales se pueden definir como la razón que existe entre las longitudes de dos lados de un triángulo rectángulo.

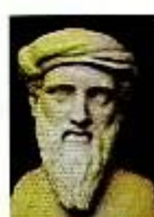
Razones trigonométricas básicas



- Seno (Sen): $\dfrac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$
- Coseno (Cos): $\dfrac{\text{Cateto adyacente}}{\text{Hipotenusa}}$
- Cotangente (Cot): $\dfrac{\text{Cateto adyacente}}{\text{Cateto opuesto}}$

En el triángulo rectángulo ABC las razones trigonométricas respecto al ángulo α son:

$$Sen\ \alpha = \frac{CB}{AB} \qquad Cos\ \alpha = \frac{CB}{AB} \qquad Tan\ \alpha = \frac{CB}{CA}$$



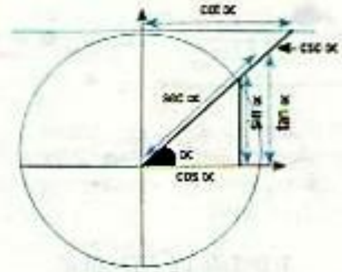
Pitágoras

- Cosecante (Csc): $\frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto opuesto}}$
- Secante (Sec): $\frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto adyacente}}$
- Cotangente (Cot): $\frac{\text{Cateto adyacente}}{\text{Cateto opuesto}}$

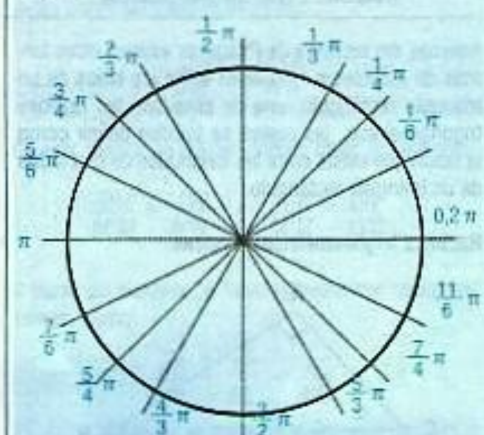
Para el triángulo anterior, se tiene que:

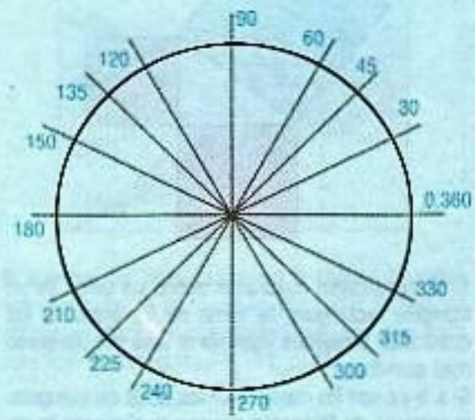
$$Csc\,\alpha = \frac{AB}{CB} \qquad Sec\,\alpha = \frac{AB}{CA} \qquad Cot\,\alpha = \frac{CA}{CB}$$

Razones trigonométricas para ángulos especiales:
A partir del concepto de razón trigonométrica nos podemos extender al concepto de función trigonométrica, al trazar triángulos rectángulos en una circunferencia unitaria (de radio 1), de tal manera que se puedan determinar las razones trigonométricas para cualesquiera ángulo de la circunferencia.



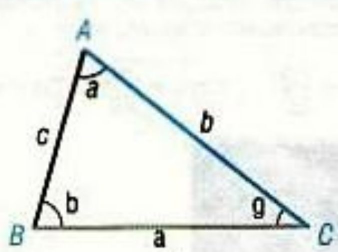
La siguiente figura muestra las medidas de los ángulos en radianes y en grados y, la tabla, su valor respectivo, respecto a cada razón trigonométrica.





	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°
Sen	0	1/2	√2/2	√3/2	1	0	–1
Cos	1	√3/2	√2/2	1/2	0	–1	0
Tan	0	√3/3	1	√3	---	0	---

TEOREMA DEL SENO



$$\frac{a}{sen\,a} = \frac{b}{sen\,b} = \frac{c}{sen\,g}$$

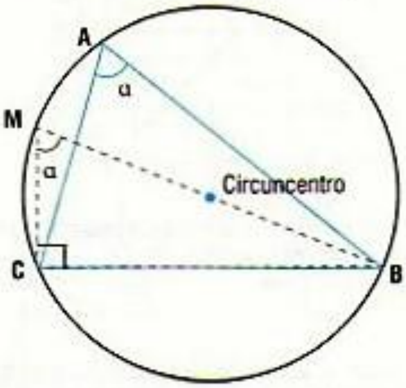
El teorema del seno afirma que en un triángulo cualquiera, las medidas de los lados son proporcionales a los senos de los ángulos correspondientes opuestos:

$$\frac{a}{SenA} = \frac{b}{SenB} = \frac{c}{SenC}$$

Utilidad del teorema del seno

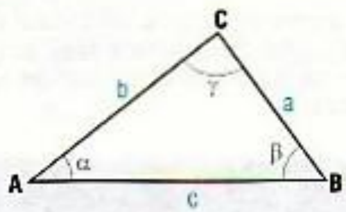
- Se usa para calcular la medida del lado de un triángulo cuando se conocen la medida de dos de los ángulos y la de uno de los lados opuestos a dichos ángulos.

* El teorema del seno establece que el cociente entre cada lado y el seno de su ángulo opuesto es constante e igual a dos veces el radio de la circunferencia circunscrita (diámetro).

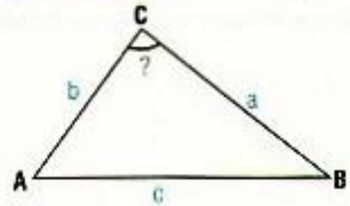


TEOREMA DEL COSENO

El teorema del coseno establece para un triángulo cualquiera, que el cuadrado de la medida de un lado es igual a la suma de los cuadrados de las medidas de los otros dos lados, menos el doble del producto de ellos por el coseno del ángulo que forman:



Utilidad del teorema del coseno



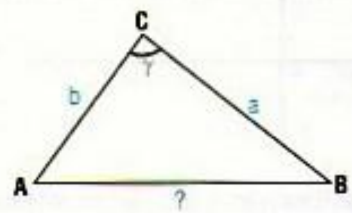
- Para el cálculo de la medida de un ángulo conocidas las medidas de sus tres lados:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\text{CosA}$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\text{CosB}$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\text{CosC}$$

En este caso se tiene que
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\text{CosC}$$

Despejando $C = arCos\left(\frac{a^2 + b^2 - C^2}{2ab}\right)$

- El cálculo de la medida de un lado de un triángulo, conocidas las medidas de los otros dos lados y del ángulo comprendido entre ellos.



En este caso se tiene que
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\text{CosC}$$

Despejando $C^2 = \sqrt{a^2 + b^2 - 2.ab.\text{CosC}}$

PREGUNTAS DE REFUERZO

Competencia comunicativa

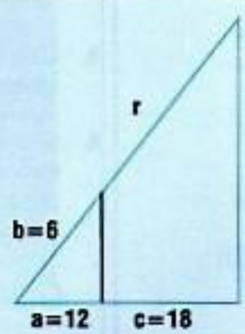
1. Encuentre la ecuación de la circunferencia de diámetro PQ, donde las coordenadas de P son (−4,2), y de Q son (−2,0).

2. Encuentre los elementos y el lado recto de la parábola $y = -\frac{(x+6)^2}{8} + 3$

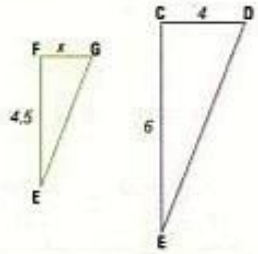
3. Encuentre las coordenadas del centro, el eje focal, las longitudes a, b y c, de la elipse cuya ecuación es $\frac{(x+2)^2}{16} + \frac{(y+3)^2}{25} = 21$; grafíquela.

4. De acuerdo con el teorema de Tales un segmento *r* es el cuarto proporcional a otros tres segmentos *a*, *b* y *c* si se cumple que $\frac{a}{b} = \frac{c}{r}$.

Utilice la información de la figura para hallar el valor de *r*.

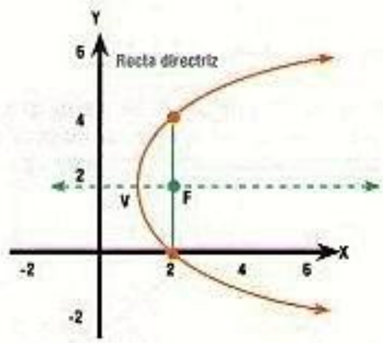


5. Los triángulos de la figura se pueden encajar uno en el otro, de modo tal que se pueda hacer uso del teorema de Tales. ¿Cuál es la medida de x?

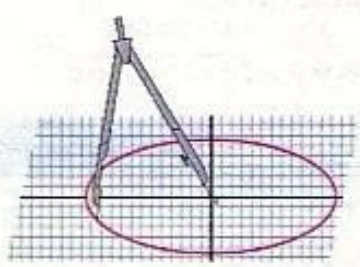


Competencia razonamiento

6. Dada la siguiente gráfica, encuentre la ecuación de la parábola:

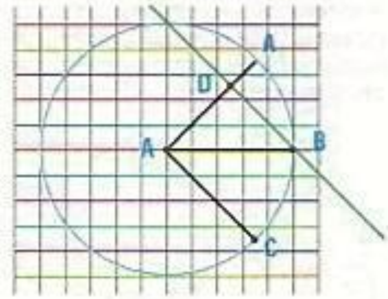


7. Establezca la ecuación de la circunferencia que se presenta en la siguiente imagen

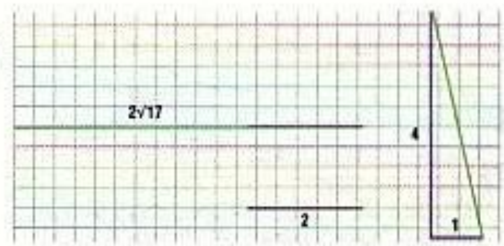


8. ¿Qué sucede si dos rectas no son paralelas ni coplanares?

9. Si en la figura se unen los A con B y B con C mediante segmentos, y se sabe que $\overline{OC}$ es paralelo con $\overline{DB}$, ¿es correcto afirmar que los triángulos OAB y OCB son congruentes?

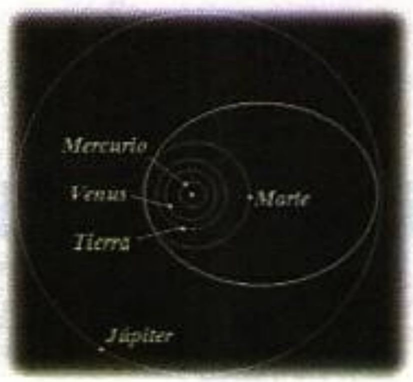


10. Utilice el teorema de Pitágoras para construir un segmento de longitud $2\sqrt{17}$



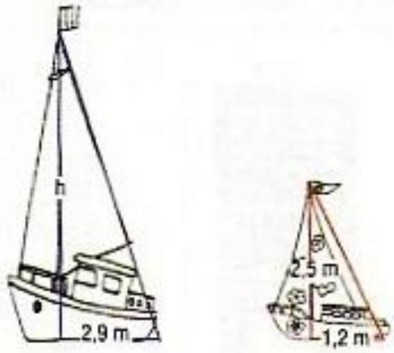
Competencia solución de problemas

11. De acuerdo con la figura, ¿es correcto afirmar que la órbita de Júpiter tiene mayor excentricidad que la órbita de Marte? Justifique su respuesta.



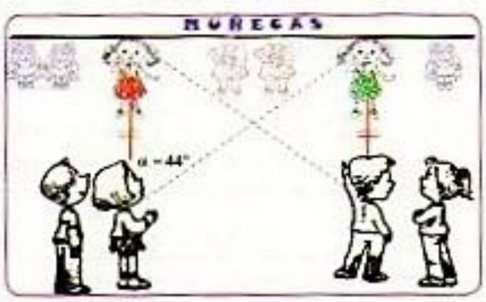
12. Si un rectángulo de 25 cm por 32 cm tiene un área de 800 cm², ¿cuál será el área de un cuadrilátero semejante que guarda una proporción de la mitad de medida de cada lado correspondiente?

13. ¿Cuál debe ser la medida de h en la figura, si se sabe que los triángulos resaltados son semejantes?



14. Jorge y Laura están en una tienda de muñecas buscando un regalo para su amiga Daniela que está cumpliendo años. Cada uno se ubica bajo una muñeca de modo tal que están a la menor distancia posible de ellas para alcanzarlas.

El siguiente dibujo representa la situación. El ángulo con el que Laura observa la muñeca que sugiere Jorge es $\alpha = 44$; de igual manera acontece con Jorge, que observa la muñeca que Laura eligió.



Antes de resolver el problema investigue: ¿cómo se define la menor distancia de un punto a una recta dada?

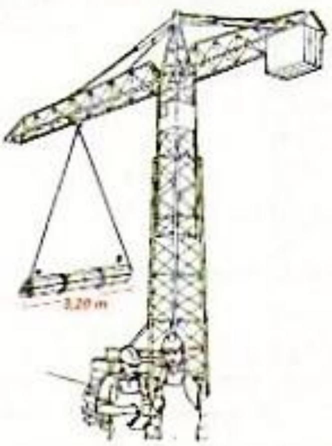
a. ¿Qué ángulo forma la línea imaginaria que hay sobre cada niño con la línea representada por el tubo donde están colgadas las muñecas?

b. Si las muñecas están colgadas a 80 cm una de la otra y Jorge estima que la muñeca que Laura eligió está a 110 cm de él, ¿a qué distancia está Jorge de la muñeca que eligió?

c. ¿A qué distancia está Jorge de Laura?, ¿por qué?

d. ¿A qué distancia está viendo Laura la muñeca que sugiere comprar Jorge?

15. Los ingenieros de una obra de construcción de un edificio necesitan levantar mediante una grúa mecánica una carga larga tubular y pesada.

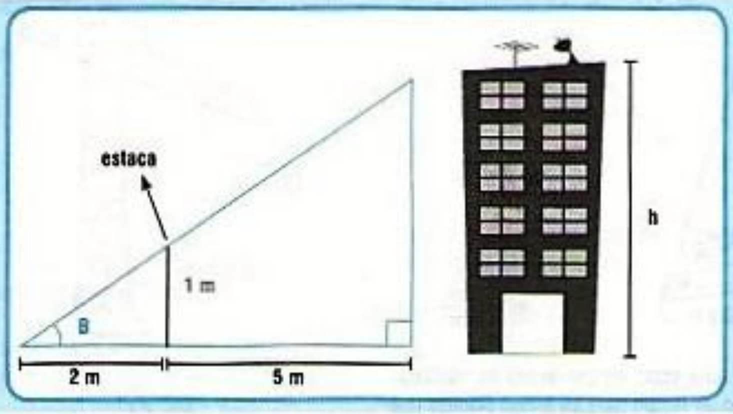


La grúa levanta las cargas mediante dos alambres de acero atados a los extremos de la carga cuya longitud es de 3,20 m.

Generalmente cuando la grúa levanta la carga, esta no queda exactamente centrada por lo que los ángulos que forma los alambres y la carga serán siempre uno 5,5 grados más inclinado que el otro. ¿Cuál es la medida del alambre que usa la grúa para levantar la carga?

PRUEBA TIPO SABER Nº 3

RESPONDE LAS PREGUNTAS 1 Y 2 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN:



1. ¿Cuál de las siguientes proporciones permite calcular la altura h del edificio?

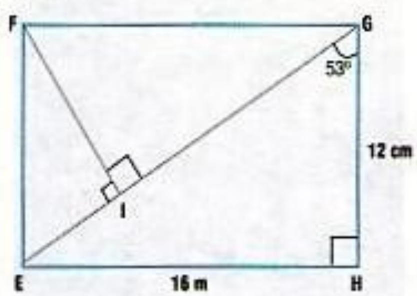
A. $\frac{h}{1\,m} = \frac{2\,m}{5\,m}$ B. $\frac{h}{1\,m} = \frac{2\,m}{7\,m}$
C. $\frac{h}{1\,m} = \frac{7\,m}{2\,m}$ D. $\frac{h}{1\,m} = \frac{5\,m}{2\,m}$

2. ¿Cuál es la medida del ángulo de elevación B?

A. 26,56° B. 30°
C. 63,43° D. 75°

RESPONDE LAS PREGUNTAS 3 A 5 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN:

En el rectángulo de la figura se muestran tres triángulos rectángulos EIF, FIG, EHG, además de la medida de uno de los ángulos y dos de los lados del triángulo EHG.



3. ¿Cuál es el valor del ángulo GEH?

A. 37° B. 53°
C. 60° D. 90°

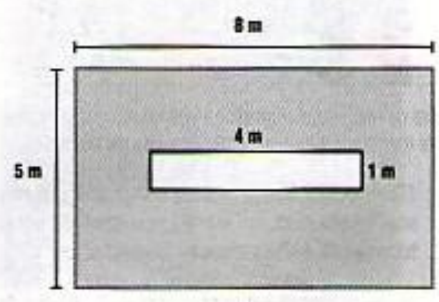
4. ¿Cuál es la medida del lado FI?

A. 7,2 cm B. 9,6 cm
C. 10 cm D. 12 cm

5. ¿Cuáles de los triángulos mencionados son semejantes?

A. Ningún par de triángulos.
B. EIF y FIG solamente.
C. FIG y EHG solamente.
D. Los tres.

6. Una alfombra de 8 m por 5 m se manchó, por lo que hubo que cortar un rectángulo de 4 m por 1 m, tal como se muestra en la figura

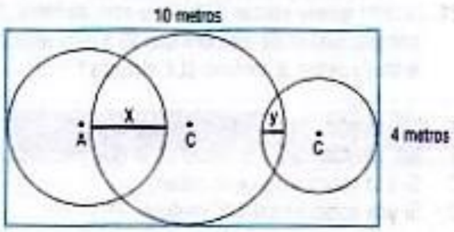


A alguien se le ocurrió tomar la alfombra y cortarla en varios pedazos de tal manera que al unir todas las partes obtuviera una nueva alfombra con forma cuadrada ¿Cuál es la medida del lado de la nueva alfombra?

A. 4 m B. 5 m
C. 6 m D. 10 m

RESPONDE LAS PREGUNTAS 7 A 9 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN:

Se han puesto tres lámparas para iluminar un parque de 10 metros de largo por 4 metros de ancho. En la figura se muestra la ubicación de las lámparas y el radio de iluminación de cada una de ellas.



7. ¿Qué superficie del parque es iluminada por la lámpara más potente?

A. 2π m²   B. 4π m²
C. 6π m²   D. 10π m²

8. Si el radio de B es mayor que el radio de A y este es mayor que el radio de C, ¿qué se puede decir respecto de B y de C?

A. Que el radio de B es mayor porque así se observa en la gráfica.
B. No se puede decir nada porque no se tienen medidas de los radios.
C. Que el área de B es mayor que el área de C por transitividad.
D. Que los radios de A y C son iguales

9. Suponga que la lámpara B se ubica en el origen de un plano cartesiano y que cada unidad, tanto en x como en y, que abarca su radio de iluminación corresponde a 1 metro. ¿Cuál de los siguientes puntos NO serían cubiertos por la lámpara?

A. (0,0)   B. (1,1)
C. (-2, -1)   D. (2,5)

10. La excentricidad de una elipse E, cuya longitud del semieje mayor es de 5 cm, es de 0,1. ¿Cuál es la longitud del semieje menor?

A. 3,65 cm   B. 4,02 cm
C. 4,97 cm   D. 5,23 cm

11. ¿Cuál es la recta directriz de la parábola $y = \frac{(x+2)^2}{16}$?

A. y= 4   B. y= -4
C. x= 6   D. x= -6

RESPONDE LAS PREGUNTAS 12 A 14 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN:

Sobre un plano cartesiano se ha trazado un segmento $\overline{PQ}$ cuyo punto P se encuentra en el origen y punto medio está en el punto M= (–4, –3).

12. ¿Cuántos triángulos isósceles se pueden construir si uno de los lados es el segmento $\overline{PQ}$?

A. 0   B. 1
C. 2   D. Una cantidad infinita.

13. ¿Cuál(es) de las siguientes afirmación(es) es(son) correctas?

I. la distancia del origen a M es igual a 5 unidades.
II. La longitud de PQ no sobrepasa las 20 unidades.
III. P está ubicado en el punto (8, 6).

A. I solamente.   B. II solamente.
C. II y III solamente.   D. I y II solamente.

14. ¿Cuáles son las coordenadas de Q?

A. –P
B. (–8, –6)
C. (8, 6)
D. No es posible saberlo.

RESPONDE LAS PREGUNTAS 15 A 18 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN:

Emanuel puso una escalera de 5 metros de longitud contra el frente de una casa para limpiar una ventana. En ese momento, la base de la escalera se encuentra a 3 m de la casa. Un mal movimiento de Emanuel causó que la escalera se deslizara y ahora alcanza una altura de 50 cm menos.

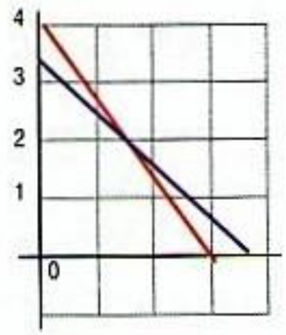
15. ¿Cuál es la altura de la escalera antes del deslizamiento?

A. 3 m.
B. 4 m.
C. 5 m.
D. 6 m.

16. ¿A qué distancia está la base de la escalera de la casa después del deslizamiento?

A. 3,50 m
B. 3,57 m
C. 3,75 m
D. 4 m

17. La siguiente gráfica representa la posición de la escalera antes y después del deslizamiento:



Al ubicar estas gráficas en el plano cartesiano ¿cuál sería la ecuación de la recta que contiene el segmento que representa a la escalera después del deslizamiento?

A. $y=-\frac{3,5}{3,57}x+3,5$ B. $y=-\frac{3,57}{3,5}x+3,5$

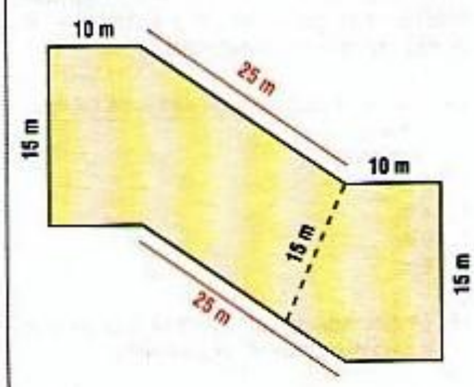
C. $y=-\frac{3,5}{3,57}x+3,57$ D. $y=-\frac{3,57}{3,5}x+3,57$

18. La razón entre lo que se desliza vertical y horizontalmente la escalera es

A. 1 B. 0,87
C. 0,6 D. 0,57

RESPONDE LAS PREGUNTAS 19 A 21 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN:

Jacinto compró un terreno como el que se muestra en la figura



19. El área del terreno es

A. 350 m² B. 500 m²
C. 675 m² D. 650 m²

20. Jacinto utilizó tres quintas partes del terreno para sembrar papa ¿Cuál es el área del terreno usado para sembrar papa?

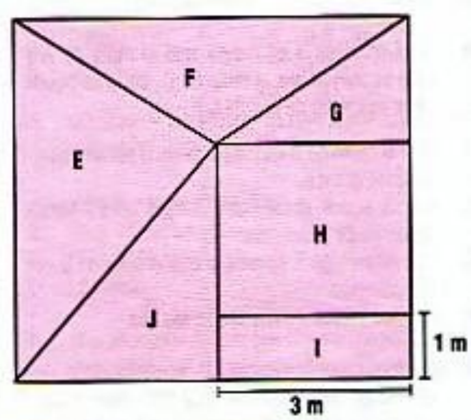
A. 130 m² B. 650 m²
C. 390 m² D. 260 m²

21. Jacinto quiere cercar el terreno con alambre. Él compró 500 m de alambre que va a usar dándole tres vueltas al terreno ¿Le alcanza?

A. No, le faltan 150 metros de alambre.
B. No, apenas cubre la mitad de lo que necesita.
C. Sí y le sobra más de la mitad.
D. Sí y le sobran casi 140 metros.

RESPONDE LAS PREGUNTAS 22 A 24 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACIÓN:

Observe la siguiente figura:



Los polígonos E, F, G, H, I y J forman un cuadrado que tiene 6 cm de lado. H es un cuadrado también.

22. El área del cuadrado H corresponde a

A. la tercera parte del área del cuadrado mayor.
B. la cuarta parte del área del cuadrado mayor.
C. la mitad del cuadrado mayor.
D. las dos terceras partes del área del cuadrado mayor.

23. ¿A qué equivale el área de J?

A. 3 m²
B. 6 m²
C. 9 m²
D. 12 m²

24. ¿Son J y G triángulos semejantes?

A. Sí, porque son triángulos rectángulos.
B. Sí, porque tienen dos ángulos correspondientes congruentes.
C. No, porque no son equiláteros.
D. No, porque no tienen sus lados correspondientes proporcionales.

TABLA DE RESPUESTAS

Rellene perfectamente el círculo de la opción correcta.

1. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	9. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	17. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
2. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	10. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	18. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
3. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	11. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	19. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
4. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	12. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	20. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
5. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	13. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	21. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
6. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	14. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	22. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
7. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	15. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	23. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ
8. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	16. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ	24. Ⓐ Ⓑ Ⓒ Ⓓ

NOTAS